

1. Ученики изучали движение мяча, отскакивающего от горизонтальной поверхности стола. Они отпускали мяч с определенной высоты и фотографировали его движение, начиная с момента, когда он ударился о стол. Чтобы определить местоположение мяча $y(t)$, позади него установили вертикальную линейку. Плоскость стола была определена как начало горизонтальной оси ($y = 0$).

Сопротивлением воздуха можно пренебречь.



Результаты измерений, проведенных учениками, приведены в таблице κ .

$t(s)$	0.00	0.04	0.08	0.12	0.16	0.20	0.24	0.28	0.32	0.36	0.40
$y(m)$	0	0.11	0.20	0.29	0.35	0.40	0.43	0.45	0.45	0.43	0.40

Таблица κ

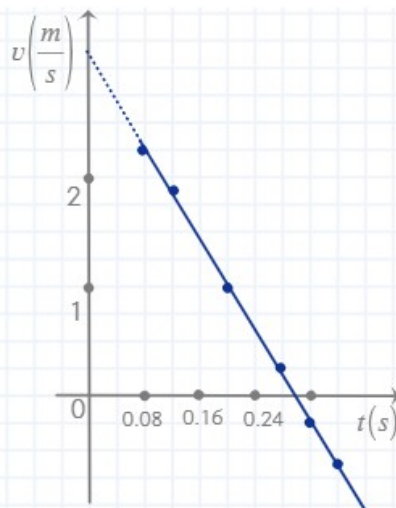
- (κ) На основании измерений, приведенных в таблице κ , вычислите скорость мяча (величину и направление) в момент времени $t = 0.08s$. (6 баллов)
- ($\mathfrak{z}$) Перенесите в свою тетрадь таблицу $\mathfrak{z}$. На основании измерений, приведенных в таблице κ , дополните значения в пустых клетках. Нет необходимости приводить подробные вычисления. (7 баллов)

$t(s)$	0.08	0.12	0.20	0.28	0.32	0.36
$v(m/s)$	2.25	1.87	1	0.25	-0.25	-0.62

Таблица $\mathfrak{z}$

$$\kappa) v_{cp} = \frac{1}{2} \left(\frac{0.20(m) - 0.11(m)}{0.08(s) - 0.04(s)} + \frac{0.29(m) - 0.20(m)}{0.12(s) - 0.08(s)} \right) = 2.25 \left(\frac{m}{s} \right) \Rightarrow$$

$v = 2.25 \left(\frac{m}{s} \right), \text{ направлена вертикально вверх}$

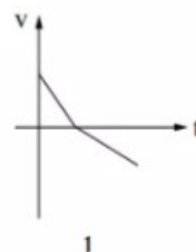
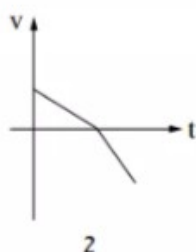
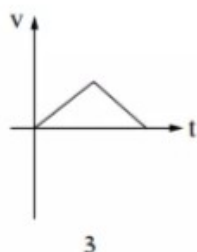
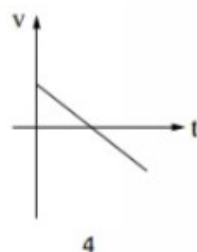


- (д) На основании данных, приведенных в таблице 2, начертите диаграмму рассеяния скорости мяча (v) как функции времени (t). Дополните начерченную вами диаграмму линией регрессии (тренда) [ммм 17]. (8 баллов)
- (т) На основании начерченной вами линии регрессии:
- (1) Определите скорость отскока мяча от поверхности стола (то есть начальную скорость, с которой мяч отскочил от поверхности стола).
 - (2) Вычислите ускорение мяча (величину и направление).
- (8 баллов)

$$\lambda) \quad v_0 = 3.1 \left(\frac{m}{s} \right) \quad a = \frac{-3.1 \left(\frac{m}{s} \right)}{0.3(s)} = -10.3 \left(\frac{m}{s^2} \right) \Rightarrow a = -10.3 \left(\frac{m}{s^2} \right)$$

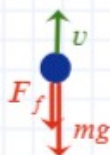
В пункте (т) **не следует пренебрегать** сопротивлением воздуха, величина которого приблизительно постоянна.

- (н) На одной из приведенных ниже диаграмм 1–4 представлено качественное описание скорости мяча (v) как функции времени (t), если **не пренебрегать** сопротивлением воздуха. Определите, какая из диаграмм 1–4 верно описывает скорость мяча. Обоснуйте свой ответ. ($4\frac{1}{3}$ балла)



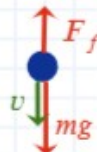
н)

Движение вверх $|a_1| = g + \frac{F_f}{m}$

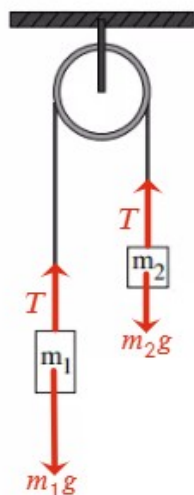


$$|a_1| > |a_2| \Rightarrow \text{график I}$$

Движение вниз $|a_2| = g - \frac{F_f}{m}$



2. Машина Атвуда – это устройство для изучения равноускоренного движения. Данное устройство изобрел английский физик и математик Джордж Атвуд (1745–1807) в 1784 году. Ученики физического класса собрали устройство, аналогичное машине Атвуда. Это устройство состоит из блока, подвешенного к потолку, перекинутой через него нити и двух грузов с массами m_1 и m_2 , привязанных к нити, как показано на чертеже.



Дано:

- $m_1 > m_2$
- Длина нити постоянна, и грузы m_1 и m_2 не касаются пола или блока.
- Соппротивлением воздуха, трением оси блока, массой блока и массой нити можно пренебречь.

⌘ Перенесите чертеж в свою тетрадь и обозначьте силы, действующие на каждый из двух грузов. Рядом с каждой силой напишите ее название и укажите ее источник.

(5 баллов)

Ученики написали различные выражения для описания ускорения системы, в том числе следующие выражения:

(i) $a = \frac{m_1}{m_2}g$ (ii) $a = \frac{m_1}{m_2^2}g$

ⓐ Учитель сразу отверг выражения (i) и (ii).

- (1) Определите, на основании какого физического утверждения следует отвергнуть выражение (i) еще до выведения правильного выражения.
- (2) Определите, на основании какого физического утверждения следует отвергнуть выражение (ii) еще до выведения правильного выражения.

⌘ T – сила натяжения нити, источник – нить, m_1g и m_2g – сила тяжести, источник – Земля

ⓑ 1) $m_1 > m_2 \Rightarrow a > g$, но $a < g \left(a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}g \right) \Rightarrow$ (i) ошибочно

2) пусть $a = \frac{m_1}{m_2^2}g \Rightarrow \frac{(kg)}{(kg^2)} * \left(\frac{m}{s^2} \right) \Rightarrow$ размерность ускорения $\frac{m}{kg * s^2} \Rightarrow$ (ii) ошибочно.

(а) Выразите ускорение системы с помощью масс грузов m_1 и m_2 и физических констант.
(8 баллов)

(б) После выведения системы из состояния покоя груз m_1 преодолел расстояние 1м за первую секунду своего движения.

Вычислите отношение масс, $\frac{m_1}{m_2}$ (8 баллов)

(в) На протяжении опыта грузы двигались с постоянным ускорением. Груз m_1 двигался вниз, а груз m_2 двигался вверх. Объясните, почему величины ускорения обоих грузов равны.

$$\lambda) \quad m_1 > m_2 \Rightarrow \begin{cases} m_1 a = m_1 g - T \\ m_2 a = T - m_2 g \end{cases} \Rightarrow a = g * \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$$

$$\gamma) \quad h = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2 * 1(m)}{1(s^2)} = 2 \left(\frac{m}{s^2} \right) \Rightarrow 2 \left(\frac{m}{s^2} \right) = 10 \left(\frac{m}{s^2} \right) * \frac{\frac{m_1}{m_2} - 1}{\frac{m_1}{m_2} + 1} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 1.5$$

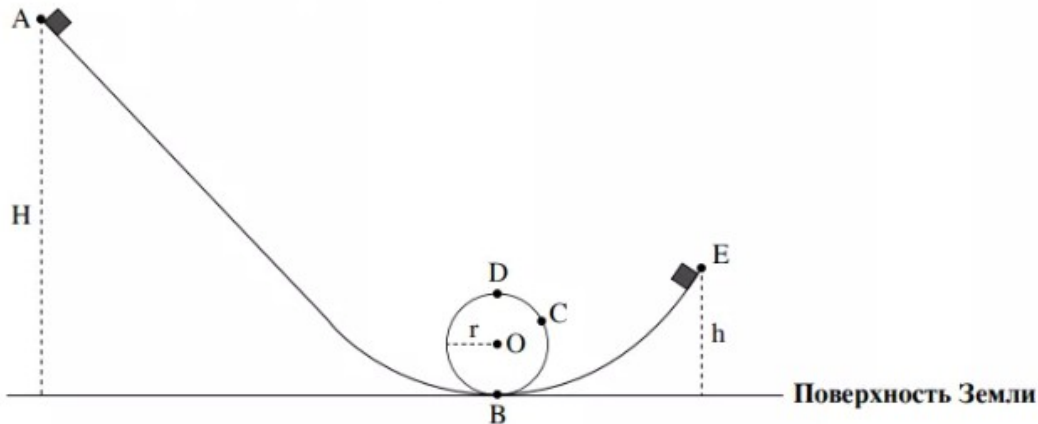
η) Величины ускорений грузов равны, так как они связаны нерастяжимой нитью $\Rightarrow |\Delta x_1| = |\Delta x_2| \Rightarrow$

$$|v_1| = \frac{|\Delta x_1|}{\Delta t} = \frac{|\Delta x_2|}{\Delta t} = |v_2| \Rightarrow |a_1| = \frac{|\Delta v_1|}{\Delta t} = \frac{|\Delta v_2|}{\Delta t} = |a_2|$$

3. Дана гладкая рельсовая дорожка ABCDE. Точки A и E – концы дорожки. Дорожка включает вертикальную круговую петлю радиусом $r = 10\text{cm}$ и центром O. Точка D – верхняя точка этой петли (смотрите чертеж).

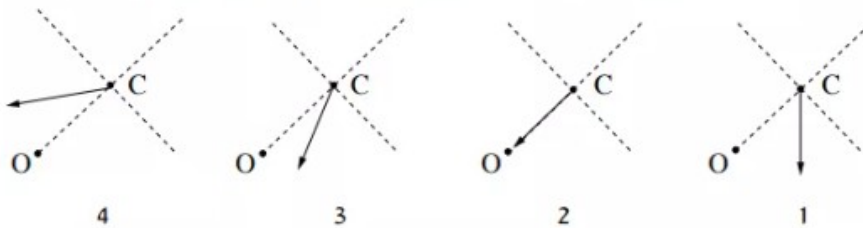
Небольшое тело отпускают из точки A, которая расположена на высоте H над поверхностью Земли. Тело движется вдоль дорожки и продолжает свое движение и после того, как оно проходит конец дорожки E, расположенный на высоте h.

Сопротивлением воздуха можно пренебречь.



Дано: $h = 30\text{ cm}$. Скорость тела в точке E $v_E = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, а ее направление $\alpha = 37^\circ$ над горизонтом.

- (а) Вычислите высоту точки A, из которой отпустили тело, над поверхностью Земли (H). (6 баллов)
- (б) Ниже приведены четыре чертежа, 1–4. Определите, какой из этих чертежей верно показывает направление вектора ускорения тела в момент его прохождения через точку C (см. чертеж). Обоснуйте свой ответ. (7 баллов)



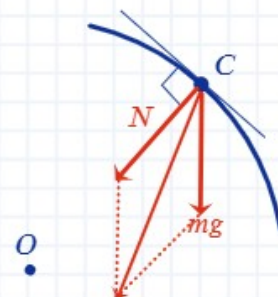
При решении задачи используется закон сохранения механической энергии : $mgH + \frac{mv^2}{2} = \text{const}$

По условию потерь энергии нет

$$\text{а) } mgH = mgh + \frac{mv_E^2}{2} \Rightarrow H = h + \frac{v_E^2}{2g} \Rightarrow H = 0.3(\text{m}) + \frac{16 \left(\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right)}{2 * 10 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)}$$

$$H = 1.1(\text{m})$$

- б) чертеж 3 (смотри рисунок)



(а) Вычислите скорость тела при ударе о землю (величину и направление) после его отрыва от дорожки в точке Е. (7 баллов)

(т) В другом случае тело отпускают на высоте H_1 . Известно, что $H_1 < H$.

(1) Начертите силы, действующие на тело в момент его прохождения через точку D.

(2) Вычислите минимальную высоту H_1 , на которой следует отпустить тело, чтобы оно не оторвалось от дорожки во время своего движения по петле.

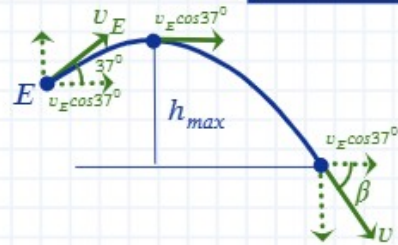
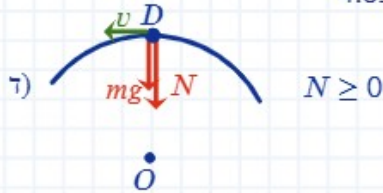
(9 баллов)

Тело отпустили из точки А.

(н) Определите, была ли максимальная высота над поверхностью Земли, которой достигло тело во время своего движения (после того как оторвалось от дорожки), больше H , меньше его или равна ему. Обоснуйте свой ответ (необязательно производить вычисления).

$$\lambda) mgh + \frac{mv_E^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2gh + v_E^2} \Rightarrow v = \sqrt{2 * 10 \left(\frac{m}{s^2} \right) * 0.3(m) + 16 \left(\frac{m^2}{s^2} \right)} \Rightarrow v = 4.69 \left(\frac{m}{s} \right)$$

$$\cos \beta = \frac{v_E \cos 37^\circ}{v} = \frac{4 \left(\frac{m}{s} \right) * \cos 37^\circ}{4.69 \left(\frac{m}{s} \right)} = 0.68 \Rightarrow \beta = 47.16^\circ$$



Второй закон Ньютона: $\vec{ma} = \vec{mg} + \vec{N}$, a_n – центростремительное ускорение $\Rightarrow a_n = \frac{v_D^2}{r}$

$$\begin{cases} mgH_1 = mg(2r) + \frac{mv_D^2}{2} \\ a_n = \frac{v_D^2}{r} = g + \frac{N}{m} \geq g \end{cases} \Rightarrow mgH_1 \geq mg(2r) + \frac{mgr}{2} \Rightarrow H_1 \geq \frac{5r}{2} \Rightarrow H_1 \geq 0.25(m)$$

$$\eta) mgH = mgh + \frac{mv_E^2}{2} = mgh_{max} + \frac{m(v_E \cos 37^\circ)^2}{2} \Rightarrow h_{max} < H$$

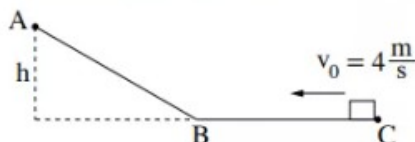
4. Дана рельсовая дорожка ABC, состоящая из наклонного участка AB и горизонтального участка BC (см. чертеж к).

Проводят четыре опыта. В каждом из опытов в точке C устанавливают небольшое тело массой $m = 100\text{г}$ и придают ему скорость $v_0 = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ в направлении точки B. Тело движется, проходит через точку B и продолжает движение вверх по наклонному участку.

Сопротивлением воздуха можно пренебречь.

- (к) Только в первом опыте можно пренебречь силой трения между телом и поверхностью дорожки.

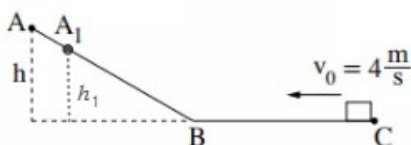
Вычислите h , высоту точки A, в которой тело на мгновение останавливается. (6 баллов)



Чертеж к

В следующих пунктах силой трения между телом и поверхностью дорожки пренебречь нельзя.

Во втором опыте тело останавливается на мгновение в точке A_1 , высота которой на 20% меньше, чем высота точки A (см. чертеж з).



Чертеж з

- (з) Вычислите работу силы трения во время движения тела во втором опыте из точки C в точку A_1 . (7 баллов)

- (д) Вычислите скорость тела во втором опыте при повторном прохождении через точку C.

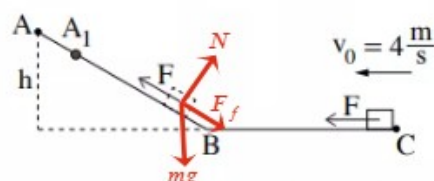
$$\text{к)} \quad \frac{mv_0^2}{2} = mgh \Rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow h = \frac{16 \left(\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \right)}{2 * 10 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right)} \Rightarrow \boxed{h = 0.8(\text{м})}$$

$$\text{з)} \quad \frac{mv_0^2}{2} + A_f = mgh_1, A_f < 0, h - h_1 = 0.2h \Rightarrow |A_f| = mgh - mgh_1 = 0.2mgh = 0.2 * \frac{mv_0^2}{2}$$

$$|A_f| = 0.2 * \frac{0.1(\text{кг}) * 16 \left(\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \right)}{2} \Rightarrow \boxed{A_f = -0.16(\text{Дж})}$$

$$\text{д)} \quad \frac{mv_0^2}{2} - 2|A_f| = \frac{mv_C^2}{2} \Rightarrow \frac{mv_0^2}{2} - 2 * 0.2 * \frac{mv_0^2}{2} = 0.6 * \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_C^2}{2} \Rightarrow v_C = v_0 \sqrt{0.6} \Rightarrow \boxed{v_C = 3.1 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)}$$

В третьем опыте во время движения тела из точки C в точку A_1 на него действует внешняя сила F , величина которой постоянна, а направление в каждый момент времени совпадает с направлением движения тела (см. чертеж 3).



Чертеж 3

Известно, что скорость тела по достижении им точки A_1 равна его начальной скорости ($4 \frac{m}{s}$).

- (7) Вычислите работу внешней силы F во время движения в третьем опыте из точки C в точку A_1 . (9 баллов)

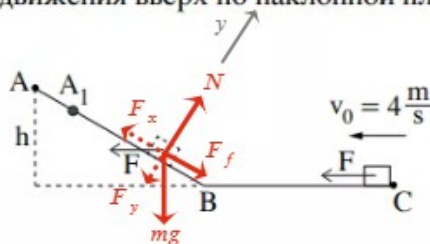
- 7) Сила F не влияет на силу трения, так как $F \perp N$

$$\frac{mv_0^2}{2} + A_f + A_F = \frac{mv_0^2}{2} + mgh_1, A_f < 0, A_F > 0 \Rightarrow A_F = mgh_1 - A_f = mgh + A_f - A_f$$

$$A_F = mgh \Rightarrow A_F = 0.8(J)$$

В четвертом опыте на всем протяжении движения тела из точки C на него действует внешняя сила F , величина которой равна величине силы в третьем опыте, а направление в каждый момент времени – горизонтально влево (см. чертеж 7).

Известно, что во время своего движения вверх по наклонной плоскости тело достигло скорости $4 \frac{m}{s}$.



Чертеж 7

- (7) Определите, где это тело достигло скорости $4 \frac{m}{s}$ во время своего движения вверх по наклонной плоскости в четвертом опыте: до точки A_1 , в точке A_1 или после нее. Обоснуйте свой ответ. ($4 \frac{1}{3}$ балла)

п) Участок A_1B : третий опыт: $\frac{mv_0^2}{2} + A_f + A_F = \frac{mv_0^2}{2} + mgh_1, A_f < 0, A_F > 0$

В четвертом опыте

$$F_y < 0 \Rightarrow N \uparrow \Rightarrow F_f \uparrow \Rightarrow |A_f| \uparrow, A_f < 0 \quad \left| \Rightarrow (A_f + A_F) \downarrow \Rightarrow v_0 \text{ будет достигнута} \right.$$

$$A_F^{A_1B} = F_x * |A_1B| < F * |A_1B| \Rightarrow A_F \downarrow \quad \left| \Rightarrow \text{до точки } A_1, \text{ на высоте меньшей чем } h_1 \right.$$

5. Тело массой M лежит на гладком горизонтальном полу. Тело привязано к стене комнаты нитью длиной L (смотрите приведенный чертеж, [вид сверху](#)).

В трех случаях в направлении тела стреляли пулей. Пуля попадала в центр тела с горизонтальной скоростью, направление которой перпендикулярно нити.

Пуля проникала в тело и застревала в нем.

Проникновение пули в тело занимает очень мало времени.

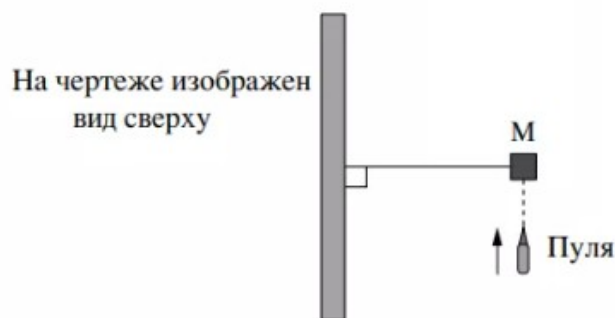
В каждом из случаев масса тела была равна M .

Масса пули и ее скорость в каждом из случаев были следующими:

В первом случае масса пули была равна m , а скорость при попадании в тело была равна v .

Во втором случае масса пули была равна $2m$, а скорость при попадании в тело была равна $0.5v$.

В третьем случае масса пули была равна $0.5m$, а скорость при попадании в тело была равна $2v$.



- (а) Определите, выполнялся ли закон сохранения механической энергии во время столкновения в первом случае. (5 баллов)

- (б) Выразите при помощи данных вопроса совместную скорость тела и пули сразу после столкновения в каждом из трех случаев. (9 баллов)

а) По условию пуля застряла в теле во всех случаях $\Rightarrow$ закон сохранения механической энергии не выполняется, часть начальной энергии теряется на проникновение пули в тело.

$$mv = (M + m)v_x \Rightarrow v \neq v_x \Rightarrow \frac{mv}{2} * v \neq \frac{(M + m)v_x}{2} * v_x \Rightarrow \frac{mv^2}{2} \neq \frac{(M + m)v_x^2}{2}$$

б) $mv = 2m * 0.5v = 0.5m * 2v \Rightarrow$

$$1) v_{x1} = \frac{mv}{(M + m)}, 2) v_{x2} = \frac{mv}{(M + 2m)}, 3) v_{x3} = \frac{mv}{(M + 0.5m)}$$

Известно, что после каждого столкновения тело и пуля двигаются по кругу.

(а) Выразите силу натяжения нити в ходе этого движения в каждом из трех случаев.

(9 баллов)

(б) Определите, в каком из трех случаев вероятность того, что нить разорвется после попадания пули, будет самой высокой. Обоснуйте свой ответ.

(6 баллов)

(в) Определите, соблюдается ли закон сохранения импульса во время четверти оборота тела с пулей внутри до его удара о стену. Обоснуйте свой ответ. ($4\frac{1}{3}$ балла)

$$\lambda) a_n = \frac{v_x^2}{L}, T = (M + m)a_n \Rightarrow T = (M + m)\frac{v_x^2}{L} = \frac{m^2 v^2}{L(M + m)} \Rightarrow$$

$$1) T_1 = \frac{m^2 v^2}{L(M + m)}, 2) T_2 = \frac{m^2 v^2}{L(M + 2m)}, 3) T_3 = \frac{m^2 v^2}{L(M + 0.5m)}$$

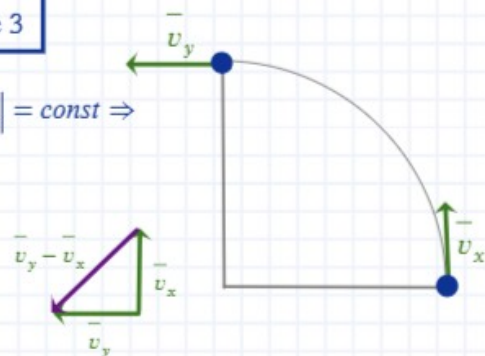
б) $T_2 < T_1 < T_3 \Rightarrow$ наибольшая вероятность разрыва в случае 3

в) $\vec{T} \perp \vec{v}_x \Rightarrow$ Сила натяжения нити T не совершает работу, $|v_x| = \text{const} \Rightarrow$

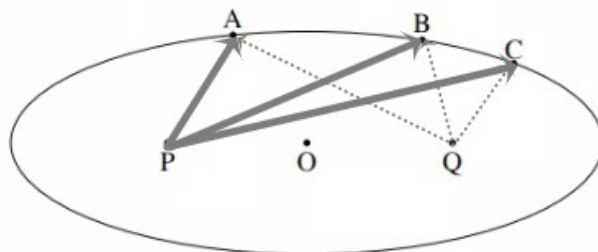
механическая энергия не изменяется $\Rightarrow v_x = v_y$.

Сила натяжения нити T изменяет импульс

$$\Delta \vec{p} = (M + m)\vec{v}_y - (M + m)\vec{v}_x = (M + m)\Delta \vec{v} \neq 0 \Rightarrow \Delta \vec{p} \neq 0$$



6. Вокруг воображаемой планеты с массой M и радиусом R движутся несколько спутников. Один из спутников, движущихся вокруг этой планеты, движется по эллиптической траектории. На траектории движения спутника обозначены точки A, B, C . Точки P и Q – фокусы данного эллипса, а точка O – его центр (см. чертеж).



Время движения спутника из точки A в точку B равно времени движения спутника из точки B в точку C .

- (к) Определите, в какой из данных точек расположена эта воображаемая планета. Обоснуйте свой ответ. (7 баллов)

У этой планеты есть еще два спутника одинаковой массы. Эти спутники движутся вокруг данной планеты по кругу.

Радиусы траекторий их вращения вокруг центра планеты R_1 и R_2 .

Дано: $R_2 = 2R_1$.

- (д) Ниже приведены три утверждения. Для каждого утверждения определите, верно оно или ошибочно.
- (1) Кинетическая энергия обоих спутников одинакова.
 - (2) Полная механическая энергия спутника с радиусом траектории R_2 больше полной механической энергии спутника с радиусом траектории R_1 .
 - (3) Сила тяжести, действующая во время кругового движения на спутник с радиусом траектории R_2 , в 2 раза больше силы тяжести, действующей на спутник с радиусом траектории R_1 .

к) 1й закон Кеплера : планета расположена в одном из фокусов эллипса

2й закон Кеплера : равенство площадей за равные промежутки времени $S_1 = S_2$

из рисунка видно $S_{QAB} \neq S_{QBC}$, $S_{PAB} = S_{PBC} \Rightarrow$ **в точке P**

$$\Rightarrow 1) \quad a_n = \frac{v^2}{R} = G \frac{M}{R^2} \Rightarrow v^2 R = \text{const}, M - \text{масса планеты} \Rightarrow E_k = \frac{GMm}{2R} \Rightarrow 2E_{k2} = E_{k1} \Rightarrow \boxed{E_{k2} \neq E_{k1}}$$

$$\Rightarrow 2) \quad E = E_k + E_p = \frac{GMm}{2R} - \frac{GMm}{R} = -\frac{GMm}{2R}, E < 0 \Rightarrow 2E_2 = E_1 \Rightarrow \boxed{E_2 > E_1}$$

$$\Rightarrow 3) \quad F_1 = G \frac{Mm}{R_1^2}, F_2 = G \frac{Mm}{(2R_1)^2} \Rightarrow 4F_2 = F_1 \Rightarrow \boxed{F_2 \neq 2F_1} \quad \begin{array}{l} 1 \text{ и } 3 \text{ утверждения ошибочны} \\ 2 \text{ утверждение верно} \end{array}$$